Bachillerato Internacional

Portada de la Monografía

Los alumnos deben llenar esta hoja y entregarla al supervisor junto con la versión final de su monografía.

Número de convocatoria del alumno	[redacted]		
Nombre y apellido(s) del alumno	[redacted]		
Número del colegio	[redacted]		
Nombre del colegio	[redacted]		
Convocatoria de exámenes (mayo o noviembre)	Mayo	Año	2012

Asignatura del Programa del Diploma en la que se ha inscrito la monografía: Estudios Matemáticos

(En el caso de una monografía en lenguas, señale si se trata del Grupo 1 o el Grupo 2.)

Título de la monografía: Propiedades del triángulo de Reuleaux en el motor Wankel

Declaración del alumno

El alumno debe firmar esta declaración; de lo contrario, es posible que no reciba una calificación final.

Confirmo que soy el autor de este trabajo y que no he recibido más ayuda que la permitida por el Bachillerato Internacional.

He citado debidamente las palabras, ideas o gráficos de otra persona, se hayan expresado estos de forma escrita, oral o visual.

Sé que el máximo de palabras permitido para las monografías es 4.000, y que a los examinadores no se les pide que lean monografías que superen ese límite.

Esta es la versión final de mi monografía.

Firma del alumno: [redacted] Fecha: 28-02-2012

Informe y declaración del supervisor

El supervisor debe completar este informe, firmar la declaración y luego entregar esta portada junto con la versión final de la monografía al coordinador del Programa del Diploma.

Nombre y apellido(s) del supervisor [MAYÚSCULAS]: MARTHA DE GARAY GÓMEZ DEL VILLAR

Si lo considera adecuado, escriba algunos comentarios sobre el contexto en que el alumno desarrolló la investigación, las dificultades que encontró y cómo las ha superado (ver página 13 de la guía para la monografía). La entrevista final con el alumno puede ofrecer información útil. Estos comentarios pueden ayudar al examinador a conceder un nivel de logro para el criterio K (valoración global). No escriba comentarios sobre circunstancias adversas personales que puedan haber afectado al alumno. En el caso en que el número de horas dedicadas a la discusión de la monografía con el alumno sea cero, debe explicarse este hecho indicando cómo se ha podido garantizar la autoría original del alumno. Puede adjuntar una hoja adicional si necesita más espacio para escribir sus comentarios.

[redacted] logró demostrar las propiedades del triángulo de Reuleaux y relacionarlas con el funcionamiento del motor Wankel

El supervisor debe firmar esta declaración; de lo contrario, es posible que no se otorgue una calificación final.

He leído la versión final de la monografía, la cual será entregada al examinador.

A mi leal saber y entender, la monografía es el trabajo auténtico del alumno.

He dedicado 2 horas a discutir con el alumno su progreso en la realización de la monografía.

Firma del supervisor: [redacted] Fecha: 28.2.2012

Formulario de evaluación (para uso exclusivo del examinador)

Número de convocatoria del alumno	

Nivel de logro

Criterios de evaluación	Examinador 1	Máximo	Examinador 2	Máximo	Examinador 3
. Formulación del problema de investigación	2	2		2	
Introducción	1	2		2	
Investigación	3	4		4	
Conocimiento y comprensión del tema	2	4		4	
Argumento razonado	2	4		4	
Aplicación de habilidades de análisis y evaluación apropiadas para la asignatura	2	4		4	
Uso de un lenguaje apropiado para la asignatura	2	4		4	
Conclusión	1	2		2	
Presentación formal	2	4		4	
Resumen	1	2		2	
Valoración global	1	4		4	
Total (máximo 36)	19				

bre del examinador 1:______ Número de examinador:
YÚSCULAS]

bre del examinador 2:______ Número de examinador:______
YÚSCULAS]

bre del examinador 3:______ Número de examinador:______
YÚSCULAS]

ara uso exclusivo de la oficina del IB en Cardiff: B: ______

ara uso exclusivo de la oficina del IB en Cardiff: A: 99018 **Fecha:** 11 - 7

Propiedades del triángulo de Reuleaux en el motor Wankel

Monografía en Matemáticas

15-Febrero-2012

Número de palabras: 3284

RESUMEN

Las figuras de ancho constante, también conocidas como polígonos de Reuleaux, son aquellos que pueden cumplir con la función de rodillos, compartiendo algunas de sus características con la rueda de tal manera que la distancia de uno de sus lados al punto opuesto (nada claro) es siempre la misma. El más pequeño y conocido de estos polígonos es el triángulo de Reuleaux. El objetivo de este proyecto fue determinar la importancia de las características de este triángulo para sus aplicaciones prácticas, específicamente en el motor rotativo de Wankel.

Para lograr esto se comprobó cada una de las propiedades principales del triángulo como una figura de ancho constante mediante métodos algebraicos y su representación gráfica trazada en el programa *GeoGebra*, con esto se encontró que efectivamente cumple con todas las características de un polígono de reuleaux y que es gracias a estas que es posible que al usar un rotor de esta forma se pueda hacer funcionar un motor rotativo de combustión interna como lo es el motor Wankel ya que al rotar de una manera excéntrica, siempre teniendo contacto con las paredes en al menos 2 puntos divide el espacio en tres cámaras ¿? donde se llevan a cabo las distintas etapas de la combustión.

eso no quedó claro

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En esta monografía se pretende demostrar que el triángulo de Reuleaux es una figura de ancho constante al igual que la importancia que estas características tienen en cuanto a su uso en el motor rotativo de Wankel mediante la comprobación sus propiedades. Para esto se planteó la pregunta de investigación siguiente: ¿De qué manera son esenciales las propiedades del triángulo de Reuleaux como una figura de ancho constante para sus aplicaciones prácticas? Específicamente el motor rotativo de Wankel.

¡No se contestó a esta pregunta!

Figuras de ancho constante

Una rueda tiene como característica esencial que el radio, sin importar la posición en la que ésta se encuentre, siempre es el mismo. Se dice que una rueda tiene radio constante, por lo que la única figura que obedece a esta característica es el círculo debido a que esta es la única que tiene un radio[1] si se le entiende a este como la distancia del centro del círculo a cualquier punto de la circunferencia que si es multiplicado por el número 2π se obtiene el perímetro de la figura.[2]

" $2\pi r$

Sin embargo, según las teorías históricas, en la antigüedad lo que se usó para mover grandes pesos no fueron ruedas, sino rodillos. Un ejemplo de esto sería una de las teorías más aceptadas de la construcción de Stonehenge, la cual indica que las piedras fueron transportadas desde su lugar de origen sobre troncos que se usaron como rodillos robre los cuales se deslizaron las piedras.[3] La característica de un rodillo que permite esto es que tenga un ancho constante, indicando que la distancia que hay de un punto del perímetro a un punto opuesto ¿significado? será siempre la misma, sin importar la posición del rodillo (Figura 1). A las figuras que cumplen con esta característica de tener un ancho constante y poder funcionar como rodillos, se les conoce como curvas de ancho constante o polígonos de Reuleaux.

[1] Juegos de Ingenio, "26.10.2007"
[2] Manura, David "las tablas matemáticas de David, círculos"
[3] stonehenge.org "History"

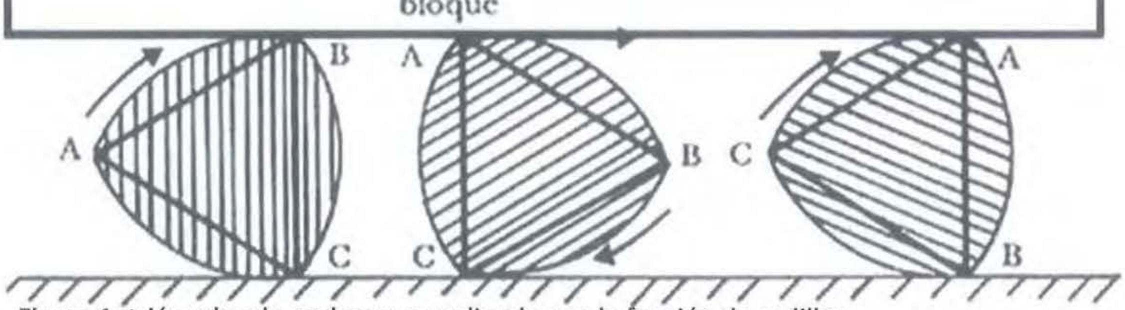

Figura 1: triángulos de reuleaux cumpliendo con la función de rodillos.
Obtenida de: http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/075/htm/sec_9.htm

Propiedades de los polígonos de Reuleaux

Las características principales de estos polígonos son las siguientes:

"i) Toda figura de ancho constante uno tiene diámetro uno. tautológico

ii) Toda figura de ancho constante uno tiene perímetro P. ¿demostración?

iii) Entre las figuras de ancho constante uno, la de más área es el círculo y, la de menor área es el triángulo de Reuleaux. ¿demostración?

iv) El incírculo y el circuncírculo de una figura de ancho constante uno son concéntricos y la suma de sus radios es uno. ¿demostración?

v) La única figura de ancho constante radicalmente simétrica es el círculo." [4]

¿significado?

vi) Las figuras de ancho constante obedecen al teorema de Barbier:

incomprensible

Si una figura obedece al teorema de Barbier entonces si su diámetro es igual a la distancia a la que se encuentran las rectas paralelas con respecto a las que su longitud es constante entonces el perímetro $P = \pi D = 2\pi r$.

¿demostración?

[4] Montejano P., Luis, "LA CARA OCULTA DE LAS ESFERAS" capítulo VI en: http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/075/htm/sec_9.htm consultado en 22/01/2012

¿significado?

Triángulo de Reuleaux

El triángulo de Reuleaux es la curva de ancho constante simétrica más simple ya que, aparte del círculo es la que tiene un menor número de lados y el ~~área menor~~. Para obtener este triángulo, sobre un triángulo equilátero ABC se trazan curvas de vértice a vértice tomando el lado del triángulo como radio y cada uno de los vértices como centro. También puede trazarse si se considera el centro de un círculo cualesquiera como uno de los vértices del triángulo. En cualquier punto P de la circunferencia trazada se establece el segundo vértice y con este punto P como centro se traza una circunferencia de diámetro igual al de la primera. En cualquiera de los dos puntos donde se intersectan ambas circunferencias se determina el tercer vértice y con esta intersección como centro se traza un círculo.

¿figura? muy confuso

Motor Wankel

El motor rotativo Wankel es uno de los pocos motores que se ha usado efectivamente en coches como una alternativa al motor de pistones que se usa en la mayoría de los coches. Este motor fue desarrollado en 1957 por el Dr. Félix Wankel y consiste en un rotor con la forma esencial de un triángulo de Reuleaux que gira dentro de una pared de la forma de un rectángulo redondeado y es en el espacio entre el rotor y la pared que se lleva a cabo la combustión. El rotor gira sobre un eje excéntrico con lo cuál este se desplaza a lo largo de la pared siempre teniendo contacto con ambos lados laterales, los cuales son paralelos, obedeciendo así a las características de una figura de ancho constante. Aparte de esto, el rotor también tiene contacto con la parte superior o inferior de la pared, dividiendo el espacio en 3 áreas principales (figura 2).

nada claro en las figuras

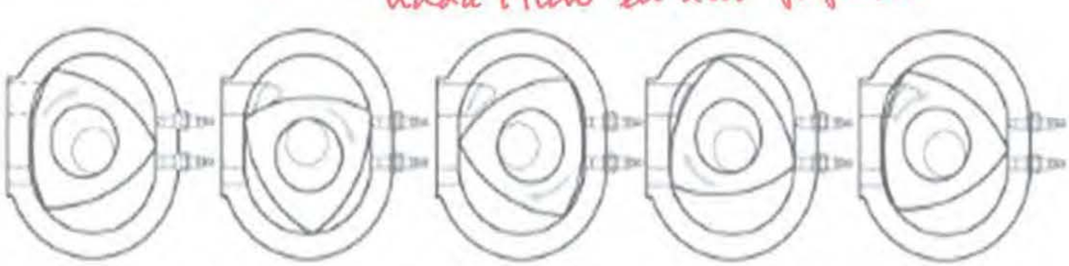

Figura 2: Motor Wankel en las distintas etapas de la rotación del triángulo

Obtenida de: http://www.e-auto.com.mx/manual_detalle.php?manual_id=199

El rotor tiene un período de rotación más largo que el eje excéntrico por lo que el rotor gira una vuelta, mientras que el eje excéntrico gira tres vueltas. ?
¿ demostración ?

El rotor tiene inscrito un engrane circular que gira sobre un engrane de menor tamaño que forma parte de un eje que ¿? gira de forma excéntrica. El engrane dentro del triángulo es de mayor tamaño que el del eje, siendo la relación de tamaño 2:3 "Debido a esta relación de transmisión, la tasa de velocidad de giro entre el rotor y el eje se define como 1:3."[5] Es de esta manera que el triángulo gira de una manera excéntrica permitiéndole desplazarse a lo largo de toda la pared (figura 3). nada claro

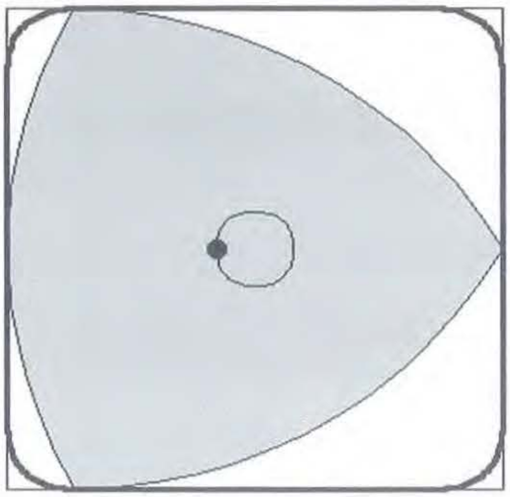

Figura 3: desplazamiento del centro del triángulo, cuando este gira, con respecto al cuadrado

En los espacios que se forman durante la rotación del motor se llevan a cabo las cuatro instancias de cualquier motor de combustión interna: admisión, compresión, expansión y escape.

Este motor resulta más fiable que un motor de pistones debido a que al tener menos piezas móviles hay también una menor probabilidad de que el daño en una de las piezas ¿? se expanda al igual que es ¿? más fácil localizarlo. También es más fiable porque debido a que la relación de rotación del rotor (el triángulo de Reuleaux) y el eje es de 1:3, al frenar, la rotación del rotor se detiene más fácilmente que los pistones. Aparte de esto "Las relaciones potencia/peso y

[5] e- auto, "Motor Wankel - Estructura y Principios de Funcionamiento"

potencia/volumen son muy elevadas, de hecho son las más elevadas de todos los motores rotativos."[6] Sin embargo, tiene la desventaja de consumir una mayor cantidad de combustible debido a que el tiempo de combustión se alarga debido al gran tamaño del espacio entre el rotor. Esto en consecuencia, produce una mayor candad de ases contaminantes, pero se cree que se le pueden hacer ajustes para reducir las emisiones y que cumpla con las regulaciones ambientales establecidas.

Otras Aplicaciones del Triángulo de Reuleaux

El motor Wankel es la aplicación práctica más conocida del triángulo de Reuleaux, pero este está presente en diversos aparatos y creaciones humanas. Se puede encontrar en un taladro que se caracteriza por hacer hoyos de forma cuadrada. "El área que describe esta broca al girar cubre un 98,77 % del área de un cuadrado, con las esquinas ligeramente redondeadas"[7]. Aparte, "todos los proyectores cinematográficos tienen un disco con esta forma que permite que la imagen no vibre; el ruido característico de los proyectores proviene precisamente de dicha pieza"[8] esto se debe a que gira de una manera excéntrica, dándole mayor estabilidad a la proyección de la imagen ¿porqué?

También es una figura estética muy frecuente debido a que está formada a partir de círculos y hubo épocas y culturas en las que estos tuvieron una gran importancia. Un ejemplo de esto es su presencia en fachadas arquitectónicas del estilo gótico. (figura 4)

¿?

Figura 4: el triángulo de Reuleaux en el la arquitectura del monasterio de nuestra señora de la Oliva y en la catedral de ciudad Rodrigo en España.

Obtenida de: http://aula2.elmundo.es/aula/laminas/lamina1180603209.pdf

[6] Farell Barthe, Marc, "MOTORES ROTATIVOS TIPOLOGÍAS Y COMBUSTIBLES ALTERNATIVOS" Universitat Politecnica de Catalunya

[7] Revista Digital de Matemáticas Sacit Ámetam, "Triangulo de Reuleaux"

[8] aula "no solo las ruedas ruedan"

DESARROLLO

Comprobación de las propiedades del triángulo de Reuleaux

Sea un triángulo equilátero de 1u de lado inscrito en un triángulo de Reuleaux con vértices A(0,0) B(1,0) C(0.5,0.88) y ancho h=1 donde h=D (figura 5).
¿? ¿?

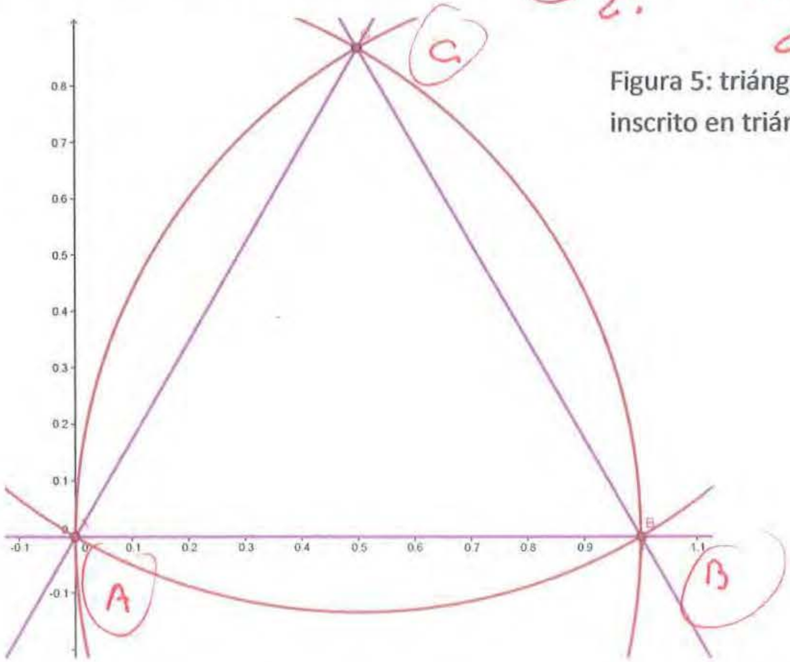

Figura 5: triángulo Equilatero inscrito en triángulo de Reuleaux

i) Toda figura de ancho constante uno tiene diámetro uno.

El diámetro del triangulo de Reuleaux será el radio de los círculos utilizados para trazarlo ya que es la distancia de uno de los vértices de la figura que es también el centro de uno de los círculos, al arco opuesto, que es la circunferencia correspondiente al centro mencionado (Figuras 6, 7 y 8). Si el radio de estos círculos es r= 1 entonces el diámetro del triángulo de Reuleax será D=1,
no es claro que el ancho es constante: hay que mostrarlo
correspondiendo este diámetro al ancho constante h de la figura. Esto se puede
¿cómo?
comprobar a partir de las ecuaciones de la forma $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ correspondientes a cada uno de los círculos trazados:

Para el círculo con centro correspondiente al vértice A(0,0) y radio r=1 la ecuación de la forma general sería $x^2+y^2=1$ (figura 6). Sabiendo esto, se puede encontrar un punto cualquiera sobre el arco del triángulo de Reuleaux opuesto al vértice A donde y=$\sqrt{1-x^2}$ y con este se puede determinar la distancia que existe entre el vértice y el punto P comprobándose que esta es 1 suponiendo que la distancia $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

¿?

Si x=0.7 entonces $P(x,\sqrt{1-0.7^2})$ entonces

$$d(A,P)=\sqrt{(0-x)^2+(0-\sqrt{1-x^2})^2}$$

$$d=\sqrt{x^2+1-x^2}$$

$$d=\sqrt{1}$$

$$d=1$$

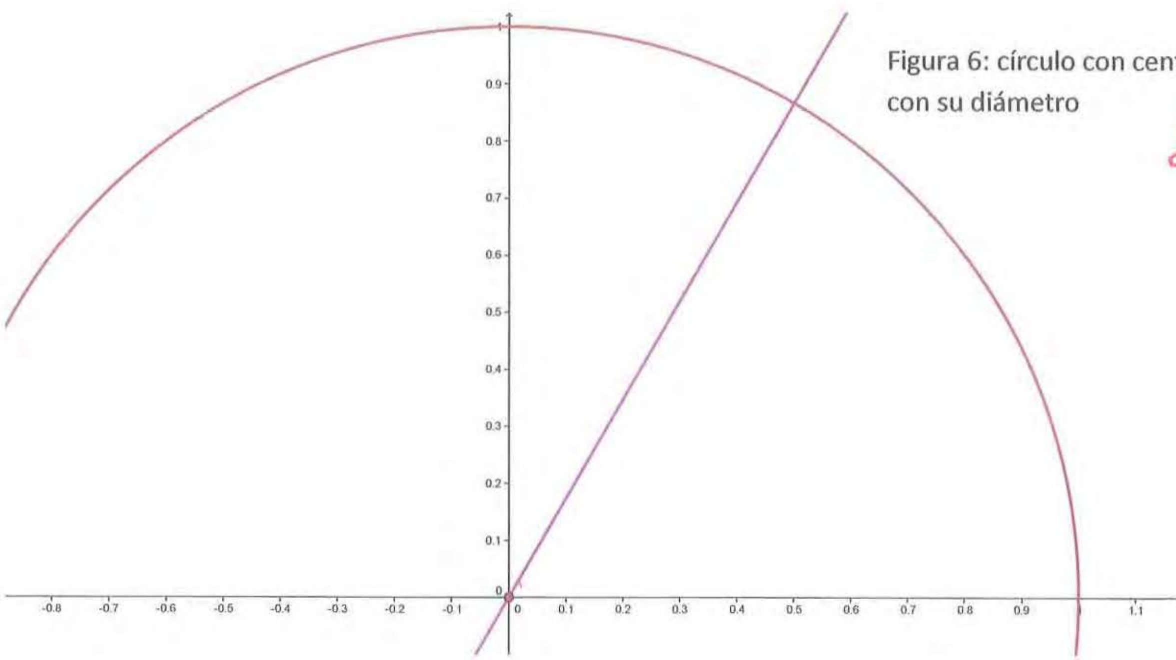

Figura 6: círculo con centro en A con su diámetro

¿donde?

Esto mismo sucede para los arcos que conforman los otros dos lados del triángulo y sus vértices:

Círculo con centro en B(1,0) y radio r=1 (figura 7)

$$(x-1)^2+(y-0)^2=1$$

$$(x-1)^2+y^2=1$$

$y = \sqrt{1-(x-1)^2}$

Si $P(x, \sqrt{1-(0.2-1)^2}\,)$, entonces

$d(B,P) = \sqrt{(1-x)^2 + (0-\sqrt{1-(x-1)^2})^2}$

$d = \sqrt{(1-x)^2 + 1 - (x-1)^2}$

$d = \sqrt{1}$

$d = 1$

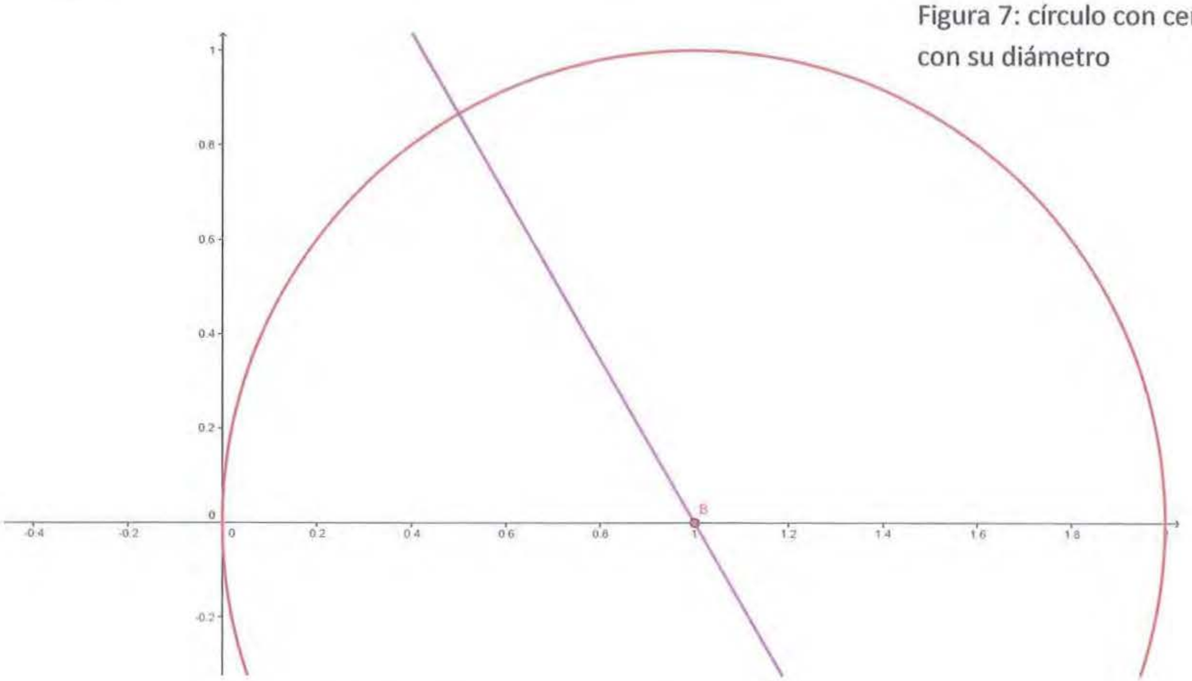

Figura 7: círculo con centro en B con su diámetro

Círculo con centro en C(0.5,0.88) y radio r=1 (figura 8):

$(x-0.5)^2 + (y-0.88)^2 = 1$

$y = \sqrt{1-(x-0.5)^2} + 0.88$

Si $P(x,\ \sqrt{1-(x-0.5)^2}\ + 0.88)$ entonces

$d(C,P) = \sqrt{(0.5-x)^2 + (0.88 - \sqrt{1-(x-0.5)^2} + 0.88)^2}$

$$d = \sqrt{(0.5 - x)^2 + (0.88 - 1 - ((x - 0.5)^2 + 0.88))^2}$$

$$d = \sqrt{-1}$$

$$d = 1$$

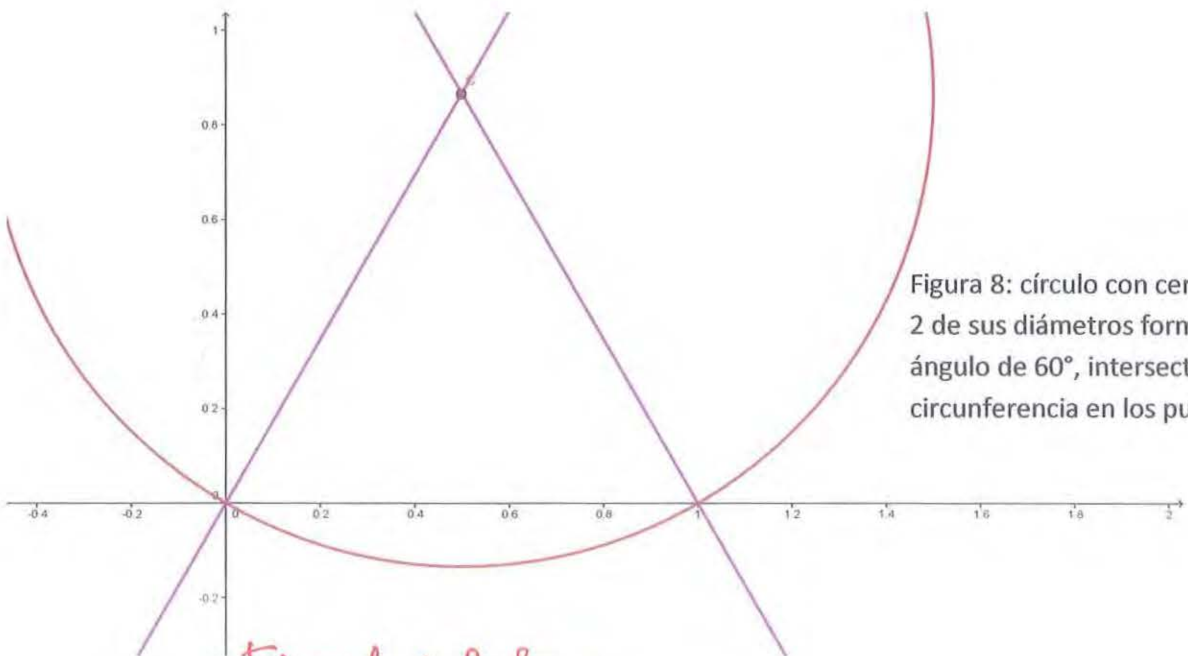

Figura 8: círculo con centro en C con 2 de sus diámetros formando un ángulo de 60°, intersectando así la circunferencia en los puntos A y B

triángulo de Reuleaux

o

ii) Toda figura de ancho constante uno tiene perímetro ~~P~~. π

no se demuestra aquí la forma general de figura

Debido a que el triángulo de Reuleaux esta formado por círculos, es posible calcular su perímetro a partir de la suma de las longitudes de los arcos que lo conforman:

Longitud de un arco $l = \frac{2\pi r\alpha}{360}$

Debido a que la base del triángulo de Reuleaux es un triángulo equilátero, entonces los arcos que lo conforman son los comprendidos dentro de un ángulo de 60° por lo que la longitud de cada arco es:

$$l = \frac{2\pi(1)(60)}{360} = \frac{120\pi}{360} = \frac{\pi}{3}$$

$P = 3l$

$P = 3\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$P = \pi$

iii) Entre las figuras de ancho constante uno, la de más área es el círculo y, la de menor área es el triángulo de Reuleaux. No se demuestra eso aquí: únicamente que el área del triángulo de Reuleaux es menor que la del círculo

Si se tienen un triángulo de Reuleaux de diámetro $D = 1\cancel{u}$ y un círculo con el mismo diámetro, entonces el círculo tendrá un área mayor.

El área del círculo $A = \pi r^2$

$r = \frac{D}{2}$ $\quad r = \frac{1}{2}$ $\quad r = 0.5$

$A = \pi(0.5)^2$

$A = 0.785\,\cancel{u^2}$

El área del triángulo de Reuleaux es el área del triángulo equilátero central más tres veces el área del sector circular comprendido dentro de un ángulo de 60° menos el área del triángulo equilátero central.

Área de sector circular: $A = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$

$r = 1$

$$A = \frac{\pi 60}{360}$$

$$A = \frac{\pi}{6}$$

Área del triángulo equilátero central con vértices A(0,0) B(1,0) C(0.5,0.88) de obtuvo a partir de la fórmula $A = \frac{1}{2}absin\alpha$ donde a y b son los catetos adyacentes, los cuales, en este caso, debido a que se trata de un triángulo equilátero tienen la misma longitud y son también el radio de los círculos que se usaron para trazar el triángulo de Reuleaux. Mientras que α es el ángulo al que son adyacentes a y b. de la misma manera, debido a que se trata de un triángulo equilátero, sin importar que ángulo se use, este medirá 60°, entonces:

$$A = \frac{1}{2}(1)(1)sin60$$

$$A = \frac{1\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Área del triángulo de Reuleaux

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} + 3(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4})$$ ✓ Demostración muy incompleta del enunciado (iii)

$$A \cong 0.705$$ Solo demostró que área del triángulo de Reuleaux es menor que la del círculo circunscrito

iv) El incírculo y el circuncírculo de una figura de ancho constante uno son concéntricos y la suma de sus radios es uno. (figura 9)

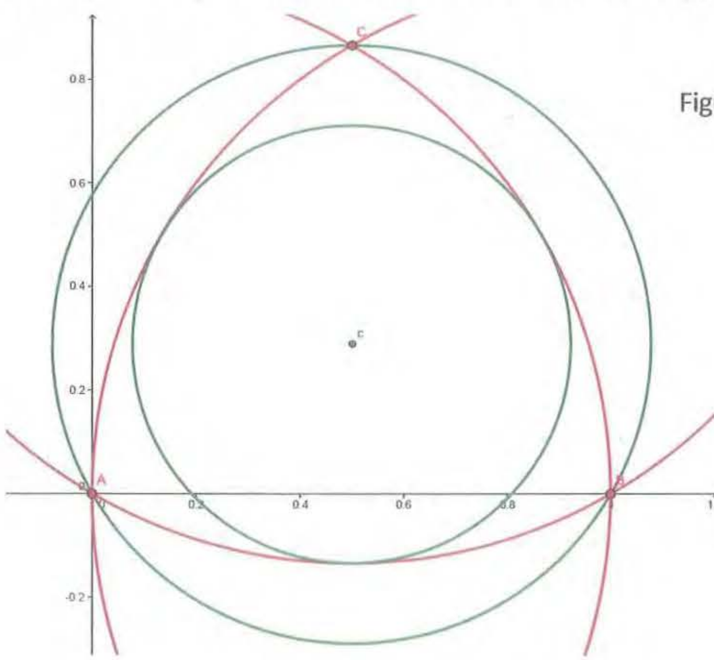

Figura 9: incírculo y circuncírculo

El incírculo (figura 17) será aquel círculo tangente a los tres lados de triángulo de Reuleaux y el circuncírculo (figura 12) aquel tangente a los vértices del triángulo. Ambos serán concéntricos. El centro de las circunferencias coincidirá también con el centro del triángulo de Reuleaux. ¿ por qué ?

Centro(figura 11): intersección de las rectas que intersectan uno de los vértices y el punto medio del lado opuesto del triángulo equilátero inscrito en el triángulo de Reuleaux estas rectas son los ejes de simetría, por lo que se les llamará de la misma manera que el vértice al cual intersectan, siendo también la bisectriz de los ángulos. (figura 10)

Punto medio: $PM = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$$PM_{AC} = \left(\frac{0.5}{2}, \frac{0.88}{2}\right)$$

$$PM_{AC} = (0.25, 0.44)$$

$$PM_{BC} = \left(\frac{1+0.5}{2}, \frac{0.88}{2}\right)$$

$$PM_{BC} = (0.75, 0.44)$$

$$PM_{AB} = \left(\frac{1}{2}, \frac{0}{2}\right)$$

$$PM_{AB} = (0.5,0)$$

Pendientes de los ejes de simetría, rectas que pasan por el vértice y el punto medio del lado opuesto $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Pendiente del eje de simetría A, recta que pasa por el vértice A(0,0) y el punto medio del lado BC que se ubica en el punto P(0.75,0.44)

$$m_a = \frac{0.44}{0.75}$$

$$m_a = 0.586$$

Pendiente del eje de simetría B, recta que pasa por el vértice B(1,0) y el punto medio del lado AC que se ubica en el punto P(0.25,0.44)

$$m_b = \frac{-0.44}{1 - 0.25}$$

$$m_a = -0.586$$

Pendiente del eje de simetría C, recta que pasa por el vértice C(0.5,0.88) y por el punto medio del lado AB que se ubica en el punto P(0.5,0)

$$m_a = \frac{0.88}{0.5 - 0.5}$$

$m_a = \frac{0.88}{0}$ = indefinida: la recta es paralela al eje X

Ecuaciones de los ejes de simetría en la forma $y = mx + b$

Ecuación del eje de simetría A:

$$y = 0.586x$$

Ecuación del eje de simetría B

$$y = -0.586x + 0.586$$

Ecuación del eje de simetría C

$$x = 0.5$$

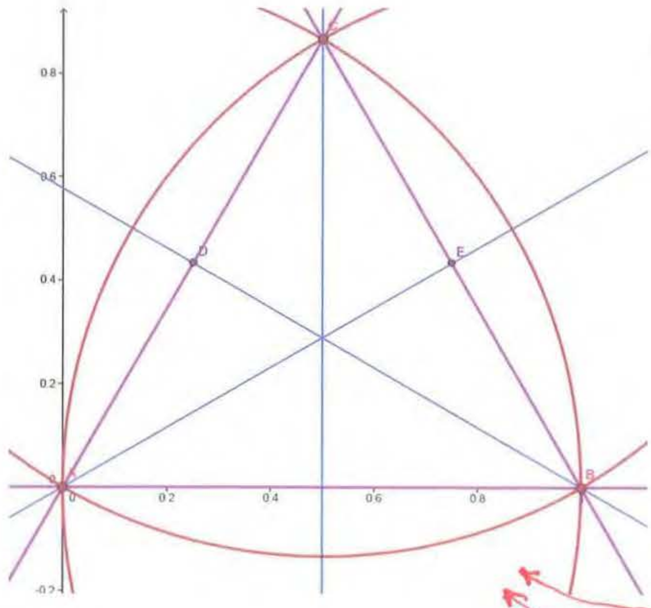

Figura 10: puntos medios de los lados del triángulo equilátero y las rectas que pasan por el punto medio y el vértice opuesto

¿?

Intersección del eje de simetría a con el eje de simetría B:

$0.586x = -0.586x + 0.586$

$$x = \frac{0.586}{0.586 + 0.586}$$

$$x = \frac{0.586}{1.172}$$

$x = 0.5$

$y = 0.586(0.5)$

$y = 0.293$

$y = -0.586(0.5) + 0.586$

$y = 0.293$

Intersección $c(0.5{,}0.293)$

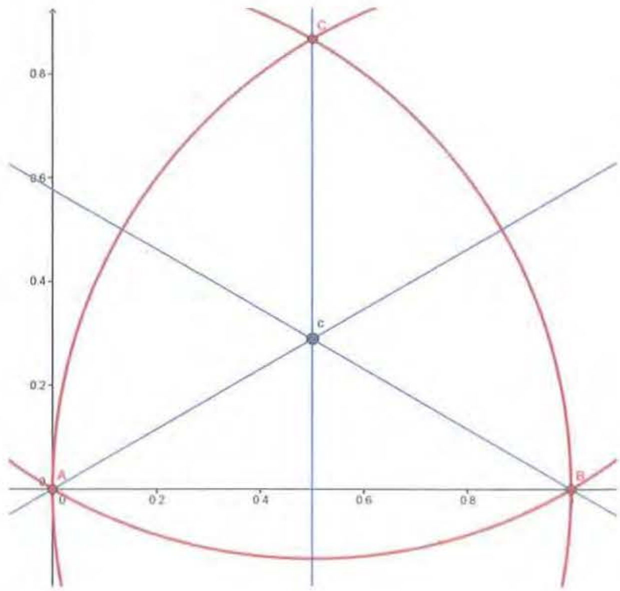

Figura 11: intersección de los ejes de simetría (centro)

Distancia de la intersección (centro) al vértice A

$$d = \sqrt{(0.5-0)^2 + (0.293-0)^2}$$

$$d = \sqrt{0.5^2 + 0.293^2}$$

$$d \cong 0.58$$

La distancia del centro de la figura a cualquiera de los vértices será la misma, debido a que el circuncírculo es tangente a los vértices y concéntrico con el triángulo, entonces el radio de éste será $r = 0.58$ y su ecuación: $(x-0.5)^2 + (y-0.293)^2 = 0.336$

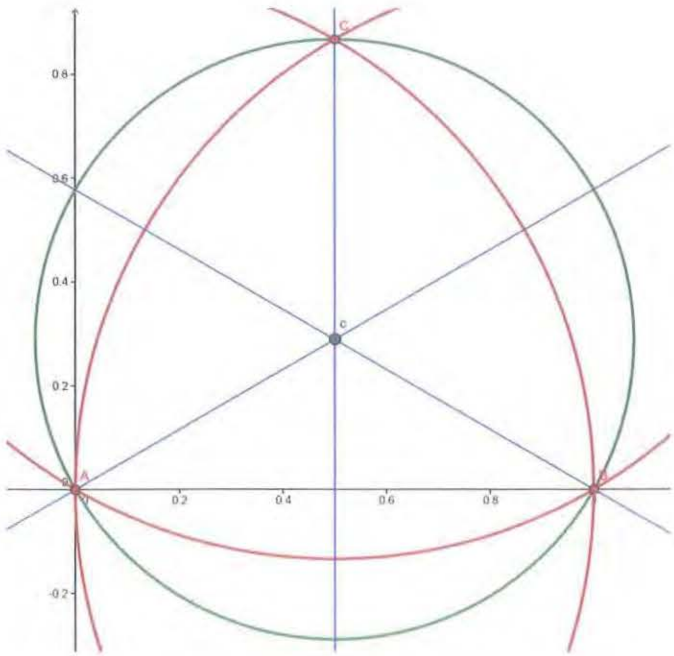

Figura 12: circuncírculo

Si la suma de los radios del circuncírculo y el incírculo es igual a 1, entonces el radio del incírculo será: $r = 1 - 0.58$ y al graficarse deberá se tangente a los puntos medios de todos los arcos del triángulo de Reuleaux.

Esto lo podemos comprobar encontrando la intersección del arco y el eje de simetría que es también la bisectriz del vértice opuesto al arco en cuestión. Esto se hace para cada uno de los arcos del triángulo para comprobar que la distancia del centro a cada uno de los puntos medios es la misma:

Ecuaciones de los ejes de simetría:

$$y_a = 0.586x$$

$$y_b = -0.586x + 0.586$$

$$x_c = 0.5$$

Puntos medios de los arcos (figura 16):

Arco CB: la intersección del eje de simetría A y el arco (figura 13)

$$0.586x = \sqrt{1 - x^2}$$

$$0.3434x^2 = 1 - x^2$$

$$0.3434x^2 + x^2 = 1$$

$$1.3434x^2 = 1$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{1.3434}}$$

$$x = 0.8627$$

$$y = 0.586(0.8627)$$

$$y = 0.5$$

H(0.8627,0.5)

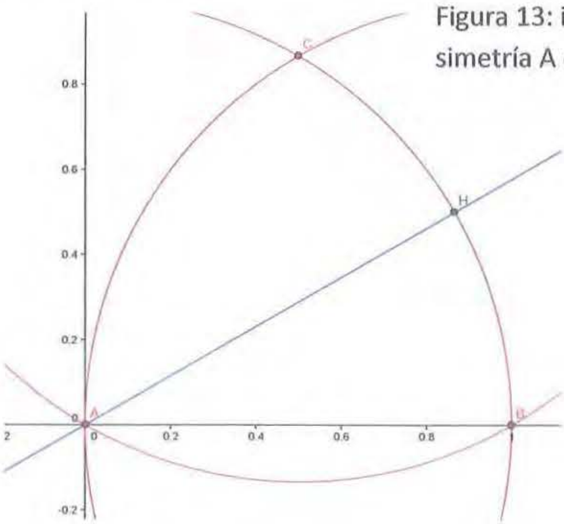

Figura 13: intersección del eje de simetría A con el arco CB

Arco AC: la intersección del eje de simetría B y el arco (figura 14)

$$-0.586x + 0.586 = \sqrt{1-(x-1)^2}$$

$$(-0.586x + 0.586)^2 = 1 - (x-1)^2$$

$$0.3434x^2 - 0.6868x + 0.3434 = -x^2 + 2x$$

$$1.3434x^2 - 2.6868x + 0.3434 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{2.6868 \pm \sqrt{2.6868^2 - 4(1.3434)(0.3434)}}{2(1.3434)}$$

$$x = \frac{2.6868 \pm \sqrt{7.2189 - 1.8453}}{2.6868}$$

$$x = \frac{2.6868 \pm \sqrt{5.3736}}{2.6868}$$

$x_1 = 1.8627$ sale del área del triángulo por lo que no es el punto que se busca

$x_2 = 0.13$

$y = -0.586(0.13) + 0.586$

$y = 0.5$ por lo que la intersección se encuentra en el punto J(0.13,0.5)

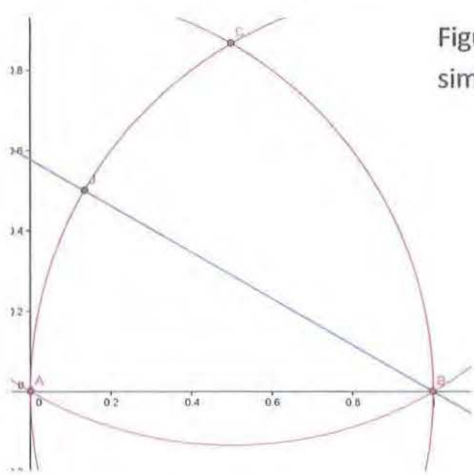

Figura 14: intersección del eje de simetría B con el arco AC

Punto medio del arco AB: intersección del eje de simetría C y el arco (figura 15)

X=0.5

$$y = \sqrt{1 - (x - 0.5)^2} + 0.88$$

$$y = \sqrt{1 - (0.5 - 0.5)^2} + 0.88$$

$y = \sqrt{1} + 0.88$

$y = 1 + 0.88 = -1.88$ Esta coordenada se sale del área del círculo por lo que se usó la otra raíz de 1

$y = -1 + 0.88 = -0.12$

L(0.5,0.12)

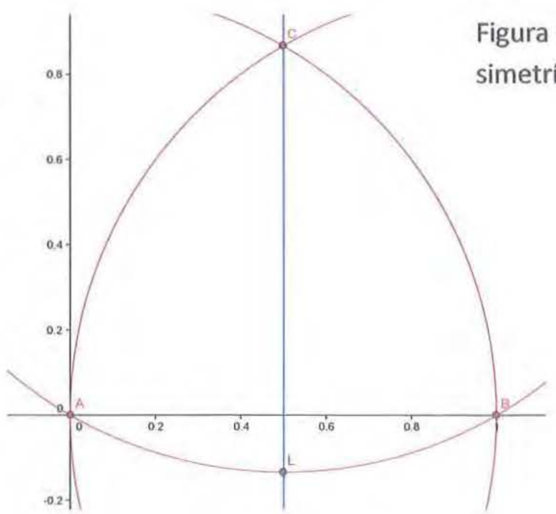

Figura 15: intersección del eje de simetría C con el arco AB

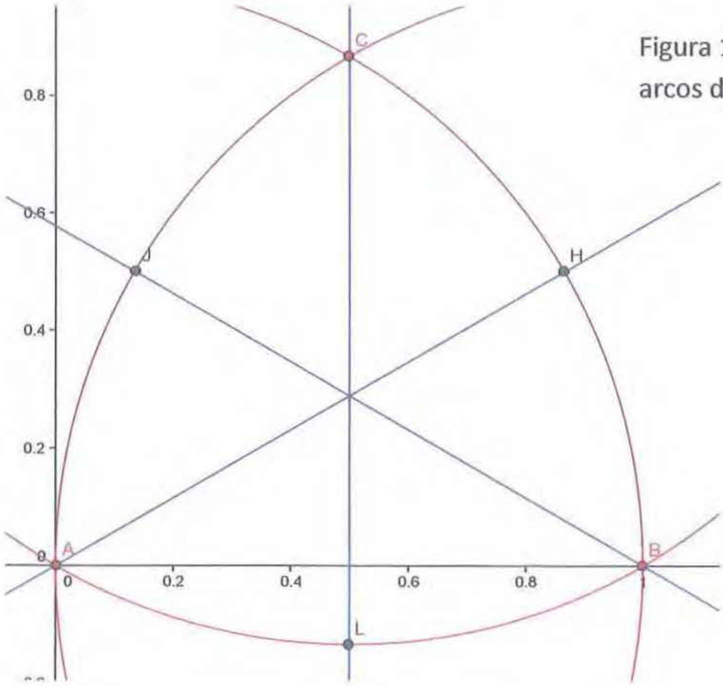

Figura 16: todos los puntos medios de los arcos del triángulo de Reuleaux (H, J, L).

Distancias del centro C(0.5,0.3) al punto medio de cada uno de los arcos:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Distancia del centro a H(0.86,0.5)

$$d = \sqrt{(0.86 - 0.5)^2 + (0.5 - 0.3)^2}$$

$$d = \sqrt{0.36^2 + 0.2^2}$$

$$d = \sqrt{0.13 + 0.04}$$

$$d = \sqrt{0.17}$$

$$d = 0.412$$

Distancia del centro a J(0.13,0.5)

$$d = \sqrt{(0.13 - 0.5)^2 + (0.5 - 0.3)^2}$$

$$d = \sqrt{-0.37^2 + 0.2^2}$$

$$d = \sqrt{0.14 + 0.04}$$

$d = \sqrt{0.18}$

$d = 0.42$

Distancia del centro a L(0.5,-0.12)

$d = \sqrt{(0.5 - 0.5)^2 + (-0.12 - 0.3)^2}$

$d = \sqrt{-0.42^2}$

$d = \sqrt{0.17}$

$d = 0.42$

Distancia del centro a los puntos medios de los lados del triángulo de Reuleaux:

$d = 0.42$

Por lo que el incírculo tendrá centro en C(0.5,0.3) y radio r =0.42

Siendo así su ecuación: $0.17 = (x + 0.5)^2 + (y + 0.3)^2$

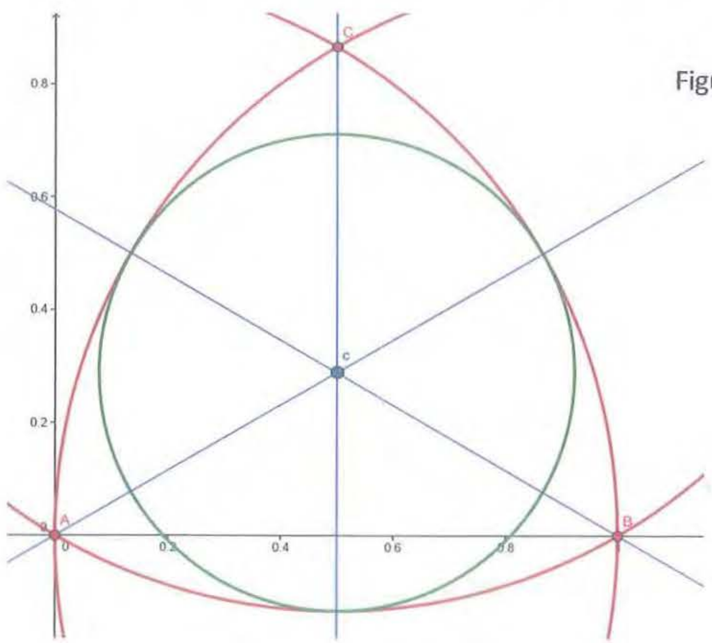

Figura 17: incírculo

De esta manera podemos comprobar que 1=0.42+0.58 cumpliéndose así la propiedad.

demostración incorrecta pues se basa en aproximaciones numéricas y no en los valores exactos

v) La única figura de ancho constante radicalmente simétrica es el círculo.

¿significado?

Esta propiedad se debe a que el círculo tiene una infinidad de ejes de simetría ya que cualquier diámetro tiene la cualidad de ser también un eje de simetría, mientras que, aunque el triángulo de Reuleaux tiene una infinidad de diámetros desde cada uno de sus vértices al arco opuesto, estos no son ejes de simetría ya que no todos pasan por su centro dividiendo así a la figura de forma simétrica. De esta infinidad de diámetros solamente 3 son ejes de simetría: aquellos diámetros que son la bisectriz del ángulo creado en el vértice del triángulo equilátero inscrito e intersectan al arco opuesto en su punto medio pasando por el centro. (figura 18)

Lo que ha sido demostrado es que la suma es aproximadamente 1 en ese caso particular

¿y qué?

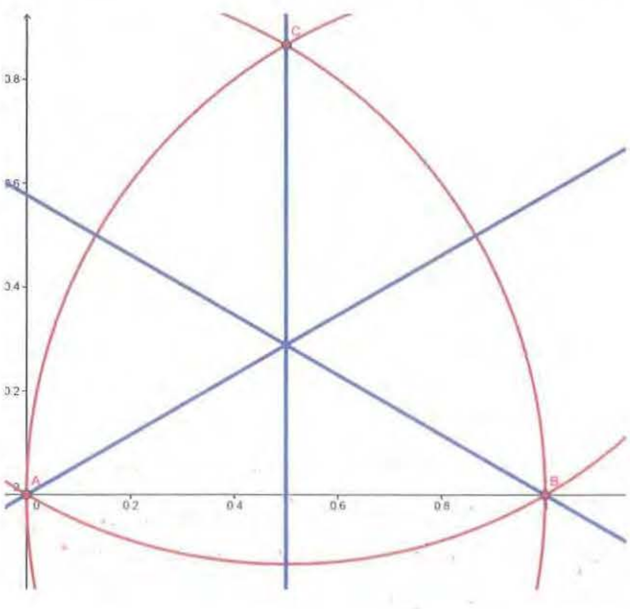

Figura 18: ejes de simetría del triángulo de reuleaux

Tampoco demostrado

vi) Las figuras de ancho constante obedecen al teorema de Barbier: si su diámetro es igual a la distancia a la que se encuentran las rectas paralelas con respecto a las que su longitud es constante entonces el perímetro $P = \pi D = 2\pi r$.

incomprensible

Si se calcula el perímetro del triángulo de Reuleaux a partir del Teorema de Barbier: $P = \pi D$ entonces este perímetro será igual al calculado anteriormente para comprobar la propiedad ii) $(P = \pi)$ $D = 1$

¡Totalmente inadecuado!

$P = \pi(1)$ $P = \pi$

CONCLUSIONES

Al ser el triángulo de Reuleaux una figura de ancho constante, este puede ser usado como un rodillo, por lo que si se le hace girar entre 2 líneas paralelas, este siempre tocará ambas líneas, pero a diferencia del círculo, el centro del triángulo se ubicará en un punto diferente dependiendo de su desplazamiento y la posición en la que se encuentre. Es principalmente debido a esta característica del triángulo de Reuleaux que es posible usarlo en el motor rotativo Wankel, ya que al desplazarse el triángulo a lo largo del rectángulo oval dentro del que se encuentra, gracias a que tiene una anchura constante, este toca ambos lados en todo momento al igual que la parte superior o inferior, esto último debido a que gira de una manera excéntrica. De esta manera se crean 3 espacios aislados donde se llevan a cabo las distintas etapas de cualquier motor de combustión y con el movimiento mismo del rotor se pueden llevar a cabo todas las etapas al mismo tiempo y trasladar la gasolina y los gases.

¿? nada claro ¿?

Por el otro lado, el resto de las propiedades del triángulo de Reuleaux se derivan y son una consecuencia de que éste sea una figura de ancho constante, por lo que si existe una anchura constante, existirán todas las demás propiedades de los polígonos de esta naturaleza. De estas propiedades, el hecho de que el incírculo y el circuncírculo sean concéntricas con el triángulo también es un factor importante en el funcionamiento del motor de Wankel, ya que el triángulo gira gracias a que tiene un círculo inscrito dentro del cual gira un engrane que a su vez hace girar de manera excéntrica al triángulo. Si el centro de este incírculo no coincidiera con el centro del triángulo, entonces el desplazamiento del triángulo no seguiría la forma del rectángulo oval en el que se encuentra.

¿?

incomprensible probablemente no entendido por la candidata

De esta manera puedo concluir que el factor esencial del triángulo de Reuleaux para su uso en el motor Wankel es que este es una figura de ancho constante y

¿porqué?

este no lo sería si alguna de sus propiedades no se cumpliera, así que todas las propiedades son esenciales para que este pueda ser usado en el motor rotativo. ¿?

demostración inadecuada

En cuanto a la metodología usada, es posible afirmar que se podrían haber obtenido resultados más exactos si las cantidades no se hubieran redondeado para obtenerse solamente 3 cifras decimales. Sin embargo, al haberse realizado los mismos cálculos para cada uno de los arcos del triángulo, se confirmo la simetría del mismo y de esta manera se obtuvieron resultados más cercanos a los reales pues fue posible calcular un promedio. ¡pero no exactos!

Todos los gráficos fueron trazados en el programa GeoGebra, el cual también permite una mayor exactitud que si estos se hubieran realizado en papel ¿? milimétrico, ya que en este caso existen las limitantes de los instrumentos usados y el error humano, mientras que en el programa es posible graficar las ecuaciones obtenidas de una manera más exacta y así confirmar los datos obtenidos con el método algebraico. ¡pero no exactas!

REFERENCIAS

1. Juegos de Ingenio, "26.10.2007", en: http://juegosdeingenio.org/archivo/853 consultado en 22/01/2012

2. Manura, David "las tablas matemáticas de David, círculos" en: http://math2.org/math/geometry/es-circles.htm consultado en 22/01/2012

3. stonehenge.org "History" en: http://www.stonehenge.co.uk/history.php consultado en 22/01/2012

4. Montejano P., Luis, "LA CARA OCULTA DE LAS ESFERAS" capítulo VI en: http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/075/htm/sec_9.htm consultado en 22/01/2012

5. e- auto, "Motor Wankel - Estructura y Principios de Funcionamiento" en: http://www.e-auto.com.mx/manual_detalle.php?manual_id=199 consultado en 22/01/2012

6. Farell Barthe, Marc, "MOTORES ROTATIVOS TIPOLOGÍAS Y COMBUSTIBLES ALTERNATIVOS" Universitat Politecnica de Catalunya en: http://upcommons.upc.edu/pfc/bitstream/2099.1/7367/1/MOTORES%20ROTATIVOS.%20Tipolog%C3%ADas%20y%20combustibles%20alternativos..pdf consultado en 22/01/2012

7. Revista Digital de Matemáticas Sacit Ámetam, "Triangulo de Reuleaux" en: http://revistasacitametam.blogspot.com/2011/10/triangulo-de-reuleaux.html consultado en 22/01/2012

8. aula "no solo las ruedas ruedan" en: http://aula2.elmundo.es/aula/laminas/lamina1180603209.pdf consultado en 22/01/2012

Esta monografía es muy confusa
Además la candidata no parece entender el significado de la palabra "demostración" en matemáticas: pagina 11 considera haber demostrado algo que no ha sido demostrado (iii);
(iv) tampoco ha sido demostrado, so hay un ejemplo numérico
(vi) tampoco ha sido demostrado
Introduce términos técnicos sin definirlos (por ejemplo p-22 "radicalment simétrico")
Es una lástima pus el triángulo de Reuleaux es un buen tema y la monografía podría haber sido muy buena si la candidata hubiese dejado a un lado el motor Wankel (cuyo funcionamiento es incapaz de explicar) y se hubiese concentrado sobre las demostraciones que no supo dar.